Wymagania edukacyjne z matematyki – Klasa 4 (zakres rozszerzony)

Uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.

- **Wymagania na ocenę dopuszczającą**.
- **Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą**.
- **Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą**.
- **Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą**.
- **Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą**.

> **Uwaga:**
>
> Zakłada się, że uczeń spełnia wymagania edukacyjne z matematyki określone na poprzednich etapach edukacji i korzysta z nich przy rozwiązywaniu zadań.
>
> Gwiazdką (*) zaznaczono treści spoza podstawy programowej, które jednak warto umieć.
>
> Nauczyciel może realizować/nie realizować wybranych zagadnień spoza podstawy programowej, jeżeli uzna to za zasadne.

1. Funkcja wykładnicza

Tematy i zagadnienia szczegółowe:

1. Potęga o wykładniku rzeczywistym – powtórzenie
2. Funkcja wykładnicza i jej własności
3. Przekształcenia wykresów funkcji wykładniczych
4. Równania wykładnicze
5. Nierówności wykładnicze
6. Zastosowanie funkcji wykładniczej w zadaniach

Wymagania na ocenę dopuszczającą (2)
Uczeń:

- Wykonuje działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym.
- Stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań.
- Zna definicję funkcji wykładniczej.
- Odróżnia funkcję wykładniczą od innych funkcji.
- Oblicza wartości funkcji dla danych argumentów.
- Rysuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw.
- Przekształca wykresy funkcji wykładniczych poprzez symetrie SOX, SOY, S(0,0) oraz przesunięcie równoległe o dany wektor.
- Rysuje wykresy funkcji wykładniczych, stosując przesunięcie równoległe o wektor lub symetrie względem osi układu.
- Zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej.
- Rozwiązuje algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze.

Wymagania na ocenę dostateczną (3)
Uczeń:

- Zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie.

- Upraszcza wyrażenia zawierające potęgi.
- Porównuje potęgi.
- Opisuje własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu.
- Wyznacza wzór funkcji wykładniczej w oparciu o współrzędne punktów należących do wykresu.
- Rysuje wykresy funkcji wykładniczych, stosując złożenie przekształceń (przesunięcie o wektor i symetrie osiowe).

Wymagania na ocenę dobrą (4)

Uczeń:

- Rysuje wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną.
- Interpretuje graficznie równania wykładnicze z parametrem.
- Bada, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych.
- Rozwiązuje zadania na dowodzenie o średnim stopniu trudności z wykorzystaniem potęg i funkcji wykładniczej.
- Rozwiązuje równania oraz nierówności wykładnicze, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji.
- Rozwiązuje równania i nierówności wykładnicze, korzystając z różnowartościowości oraz monotoniczności.
- Rozwiązuje nierówności łączące funkcję wykładniczą oraz inny typ funkcji.
- Wykorzystuje funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą (5)

Uczeń:

- Rozwiązuje równania i nierówności wykładnicze metodą podstawiania.
- Stosuje wiadomości o funkcji wykładniczej w zadaniach dotyczących innych działów, np. ciągów czy trygonometrii.
- Zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane nierównościami wykładniczymi.
- Rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności funkcji wykładniczych.

- Rozwiązuje równania i nierówności wykładnicze z parametrem.
- Rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności osadzone w kontekście praktycznym.

Wymagania na ocenę celującą (6)
Uczeń:

- Rozwiązuje równania i nierówności wykładnicze z parametrem o podwyższonym stopniu trudności.
- Rozwiązuje zadania na dowodzenie o podwyższonym stopniu trudności z użyciem własności funkcji wykładniczych.

2. Funkcja logarytmiczna

Tematy i zagadnienia szczegółowe:

1. Logarytm – powtórzenie wiadomości
2. Funkcja logarytmiczna – powtórzenie i uzupełnienie wiadomości
3. Przekształcenie wykresów funkcji logarytmicznych
4. Równania logarytmiczne
5. Nierówności logarytmiczne
6. Zastosowanie funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań umieszczonych w kontekście praktycznym

Wymagania na ocenę dopuszczającą (2)
Uczeń:

- Podaje założenia i zapisuje w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy.
- Zna definicję funkcji logarytmicznej.
- Odróżnia funkcję logarytmiczną od innej funkcji.
- Potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej.

- Rysuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw.
- Opisuje własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu.
- Przekształca wykresy funkcji logarytmicznych poprzez symetrie SOX, SOY, S(0,0) oraz przesunięcie o wektor.

Wymagania na ocenę dostateczną (3)

Uczeń:

- Stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji.
- Zna i stosuje własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń.
- Stosuje twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów do obliczeń i przekształceń.
- Wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną przy danej wartości logarytmu.
- Podaje odpowiednie założenia dla podstawy oraz liczby logarytmowanej.
- Wyznacza przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu.
- Wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dany jest punkt należący do wykresu.
- Wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o określonej dziedzinie.
- Rozwiązuje algebraicznie proste równania oraz nierówności logarytmiczne.
- Rozwiązuje zadania tekstowe w kontekście praktycznym, np. lokaty bankowe czy rozpad promieniotwórczy.
- Posługuje się funkcjami wykładniczymi i logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych i chemicznych.

Wymagania na ocenę dobrą (4)

Uczeń:

- Stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń.
- Rozwiązuje graficznie równania, nierówności i układy równań z zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych.
- Wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania różnorodnych zadań.

- Wykorzystuje funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym.
- Rozwiązuje zadania na dowodzenie o średnim stopniu trudności dotyczące funkcji logarytmicznej.
- Rozwiązuje równania oraz nierówności logarytmiczne przy użyciu odpowiednich wykresów.
- Rozwiązuje nierówności łączące funkcję logarytmiczną z innym typem funkcji.
- Rysuje wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną.
- Rozwiązuje równania i nierówności logarytmiczne z wartością bezwzględną.
- Rozwiązuje równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą (5)
Uczeń:

- Potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach oraz o zamianie podstaw logarytmów.
- Wykorzystuje własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem.
- Wykorzystuje funkcję logarytmiczną do zadań o podwyższonym stopniu trudności w kontekście praktycznym.
- Prowadzi dowody opierające się o twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów.
- Interpretuje graficznie równania logarytmiczne z parametrem.
- Stosuje wiadomości o funkcji logarytmicznej w zadaniach dotyczących ciągów czy trygonometrii.
- Rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności przy użyciu własności funkcji i poznanych twierdzeń.
- Rozwiązuje równania i nierówności logarytmiczne z parametrem.
- Rozwiązuje równania i nierówności logarytmiczne, wprowadzając zmienną pomocniczą.

Wymagania na ocenę celującą (6)
Uczeń:

- Rozwiązuje zaawansowane równania i nierówności logarytmiczne z parametrem.

- Potrafi udowodnić niewymierność logarytmu, np. log2(3).
- Korzysta z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej w dowodach o podwyższonym stopniu trudności.

3. Elementy statystyki

Tematy i zagadnienia szczegółowe:

1. Sposoby prezentowania danych zebranych w wyniku obserwacji statystycznej
2. Średnia z próby
3. Mediana z próby i moda z próby.

Wymagania na ocenę dopuszczającą (2)
Uczeń:

- Zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna.
- Zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej oraz średniej ważonej.
- Odczytuje dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów.
- Przedstawia dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów.
- Interpretuje podstawowe parametry statystyczne.
- Oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych.
- Wyznacza medianę i dominantę zestawu danych.
- Oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami.

Wymagania na ocenę dostateczną (3)
Uczeń:

- Interpretuje dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów oraz określa zależności między nimi.
- Interpretuje średnią arytmetyczną, ważoną, medianę oraz modę.

- Wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę i dominantę.
- Wyznacza modę i medianę danych przedstawionych na diagramach oraz danych pogrupowanych.
- Stosuje w zadaniach średnią ważoną.

Wymagania na ocenę dobrą (4)
Uczeń:

- Rozwiązuje zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.
- Oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób.
- Rozwiązuje nietypowe zadania, w których występuje średnia ważona.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą (5)
Uczeń:

- Stosuje wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach.
- Wykorzystuje pojęcia statystyczne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności.

4. Rachunek prawdopodobieństwa

Tematy i zagadnienia szczegółowe:

1. Kombinatoryka – powtórzenie wiadomości
2. Doświadczenie losowe
3. Zdarzenia. Działania na zdarzeniach
4. Określenie prawdopodobieństwa
5. Prawdopodobieństwo klasyczne
6. Doświadczenie losowe wieloetapowe
7. Prawdopodobieństwo warunkowe
8. Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym. Wzór Bayesa
9. Schemat Bernoulliego

Wymagania na ocenę dopuszczającą (2)

Uczeń:

- Zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń, zdarzenie pewne i niemożliwe, zdarzenia wykluczające się.
- Określa zbiór zdarzeń, oblicza jego moc oraz liczbę zdarzeń sprzyjających.
- Podaje przykłady zdarzeń pewnych i niemożliwych.
- Stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań.
- Zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa.
- Oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego.
- Zna definicję prawdopodobieństwa warunkowego.
- Podaje pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się.
- Zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite i potrafi sprawdzić jego założenia.

Wymagania na ocenę dostateczną (3)

Uczeń:

- Wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń.
- Stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń i sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają.
- Stosuje własności prawdopodobieństwa w prostych zadaniach.
- Rozwiązuje proste zadania dotyczące prawdopodobieństwa warunkowego.
- Rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego.
- Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje w prostych zadaniach.
- Stosuje prawdopodobieństwo całkowite w prostych zadaniach.
- Zna wzór Bayesa oraz wzór Bernoulliego i oblicza prawdopodobieństwo sukcesu/porażki w pojedynczej próbie.

Wymagania na ocenę dobrą (4)

Uczeń:

- Potrafi udowodnić własności prawdopodobieństwa i stosuje je do zadań teoretycznych.
- Rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności.
- Oblicza prawdopodobieństwo całkowite zdarzeń i stosuje wzór Bayesa.
- Wykorzystuje kombinatorykę (regułę mnożenia, permutacje, kombinacje) w zadaniach o średnim stopniu trudności.
- Stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania prawdopodobieństwa sumy, iloczynu i różnicy zdarzeń.
- Stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą (5)

Uczeń:

- Stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń.
- Stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny.
- Oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych.
- Wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach.
- Rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności i prowadzi dowody matematyczne.

Wymagania na ocenę celującą (6)

Uczeń:

- Dowodzi, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki definicji aksjomatycznej.
- Potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite oraz wzór Bayesa.
- Rozwiązuje nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

5. Geometria przestrzenna – Wielościany

Tematy i zagadnienia szczegółowe:

1. Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Równoległość prostych i płaszczyzn. Proste skośne.

2. Prostopadłość prostych i płaszczyzn w przestrzeni.

3. Rzut równoległy na płaszczyznę. Rysowanie figur płaskich w rzucie równoległym na płaszczyznę

4. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych

5. Kąt między prostą a płaszczyzną. Kąt dwuścienny.

6. Graniastosłupy

7. Ostrosłupy

8. Siatka wielościanu. Pole powierzchni wielościanu

9. Objętość figury przestrzennej. Objętość wielościanów

10. Przekroje wielościanów (sześcianu i ostrosłupów prawidłowych) - konstrukcje

11. Przekroje wielościanów - zadania

Wymagania na ocenę dopuszczającą (2)
Uczeń:

- Określa wzajemne położenie płaszczyzn i prostych w przestrzeni.
- Rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę.
- Charakteryzuje prostopadłość prostych i płaszczyzn.
- Rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości między równoległą prostą a płaszczyzną.
- Zna i stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych.
- Rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną, kąta dwuściennego oraz kąta liniowego kąta dwuściennego.

- Zna określenie graniastosłupa i ostrosłupa, wskazuje ich elementy składowe oraz zna ich podział.
- Rysuje siatki graniastosłupów i ostrosłupów prostych na podstawie pełnych danych lub fragmentów.
- Rozpoznaje i oblicza miary kątów między odcinkami oraz między odcinkami i płaszczyznami w bryłach.
- Oblicza objętość i pole powierzchni graniastosłupów oraz ostrosłupów.

Wymagania na ocenę dostateczną (3)
Uczeń:

- Sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi.
- Oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa.
- Stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni brył.
- Oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego przy użyciu planimetrii i trygonometrii.
- Oblicza objętość graniastosłupa prostego, pochyłego oraz ostrosłupa prawidłowego.
- Oblicza pole powierzchni ostrosłupa na podstawie jego siatki.
- Rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz oblicza jego miarę.

Wymagania na ocenę dobrą (4)
Uczeń:

- Przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni.
- Stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości oraz rozwiązywania zadań.
- Rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną oraz kąta dwuściennego z użyciem trygonometrii.
- Oblicza objętości brył z wykorzystaniem twierdzeń planimetrii i trygonometrii.
- Wyznacza przekroje sześcianu i ostrosłupów prawidłowych oraz oblicza ich pola powierzchni.

- Stosuje twierdzenie o objętości brył podobnych w prostych zadaniach.
- Rozwiązuje zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą (5)
Uczeń:

- Przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny oraz twierdzenia o trzech prostych prostopadłych.
- Rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni brył.
- Rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów wielościanów przy użyciu zaawansowanej planimetrii i trygonometrii.
- Wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze stereometrii w zakresie wielościanów.

Wymagania na ocenę celującą (6)
Uczeń:

- Rozwiązuje nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył z wykorzystaniem poznanych twierdzeń.

6. Geometria przestrzenna – Bryły obrotowe

Tematy i zagadnienia szczegółowe:

1. Walec
2. Stożek
3. Kula i sfera
4. Bryły obrotowe – zadania różne
5. Podobieństwo figur w przestrzeni
6. Zastosowanie analizy matematycznej w rozwiązywaniu zadań z geometrii przestrzennej

Wymagania na ocenę dopuszczającą (2)

Uczeń:

- Zna określenie walca, stożka oraz kuli i wskazuje ich elementy składowe (podstawy, powierzchnia boczna, tworząca, oś obrotu).
- Rozumie pojęcie przekroju osiowego walca oraz ogólne pojęcie objętości bryły.
- Rozpoznaje i oblicza miary kątów w walcach i stożkach (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą).
- Oblicza objętość i pole powierzchni stożka, kuli i walca.

Wymagania na ocenę dostateczną (3)

Uczeń:

- Rozwiązuje proste zadania dotyczące brył z wykorzystaniem trygonometrii i geometrii płaskiej.
- Rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz stożka.
- Stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych.
- Wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych i stosuje twierdzenie o ich objętości w prostych zadaniach.

Wymagania na ocenę dobrą (4)

Uczeń:

- Określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną.
- Oblicza pole powierzchni przekroju walca, stożka lub kuli daną płaszczyzną.
- Stosuje twierdzenie o objętości brył podobnych w zadaniach o średnim stopniu trudności.
- Rozwiązuje zadania geometryczne dotyczące brył obrotowych o średnim stopniu trudności.

Wymagania na ocenę bardzo dobrą (5)

Uczeń:

- *Rozwiązuje zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (np. ostrosłup wpisany w kulę, kula w stożek, walec w stożek).
- Rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka, kuli i walca.
- Rozwiązuje zadania z geometrii przestrzennej, stosując analizę matematyczną.

Wymagania na ocenę celującą (6)

Uczeń:

- Rozwiązuje nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył z wykorzystaniem zaawansowanych twierdzeń.
- Wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni nietypowych brył, np. stożka ściętego.
- Rozwiązuje zadania nietypowe z geometrii przestrzennej przy użyciu analizy matematycznej.

Wymagania edukacyjne z matematyki dla klasy 4. liceum ogólnokształcącego (zakres rozszerzony) zostały opracowane w oparciu o Podstawę programową kształcenia ogólnego z Matematyki oraz wymagania edukacyjne „Matematyka. Solidnie od podstaw" wydawnictwa Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro.